

Semestr II

Temat: Proporcjonalność odwrotna

Jeżeli jedna wielkość maleje, a druga tyle samo razy rośnie, to mamy wówczas zależność **odwrotnie proporcjonalną**.

Przykład 1.

Prędkość i czas podróży są wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi - jeśli jedna wielkość rośnie, to druga tyle samo razy maleje. Przykładowo:

1. Jeżeli prędkość zwiększymy 2 razy, to czas podróży skróci się 2 razy.
2. Jeżeli prędkość zmniejszymy 5 razy, to czas podróży wydłuży się 5 razy.

Wykres proporcjonalności odwrotnej

Jeżeli wielkości x i y są odwrotnie proporcjonalne, to:

$$x \cdot y = a$$

gdzie a - to liczba stała.

Jeżeli podzielimy to równanie stronami przez x to otrzymamy wzór:

$$y = \frac{a}{x}$$

Wykresem funkcji określonej wzorem $y = \frac{a}{x}$ jest hiperbola.

Przykład 1.

Narysuj zależność dwóch wielkości odwrotnie proporcjonalnych opisanych równaniem:

$$x \cdot y = 1$$

Rozwiązanie:

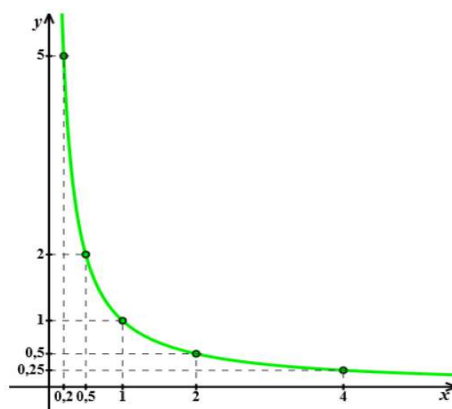
Przekształcamy wzór dzieląc go stronami przez x :

$$y = \frac{1}{x}$$

Dla tak otrzymanego wzoru funkcji wyznaczamy kilka punktów należących do wykresu:

x	0,2	0,5	1	2	4
$y = \frac{1}{x}$	5	2	1	0,5	0,25

Następnie rysujemy wykres:

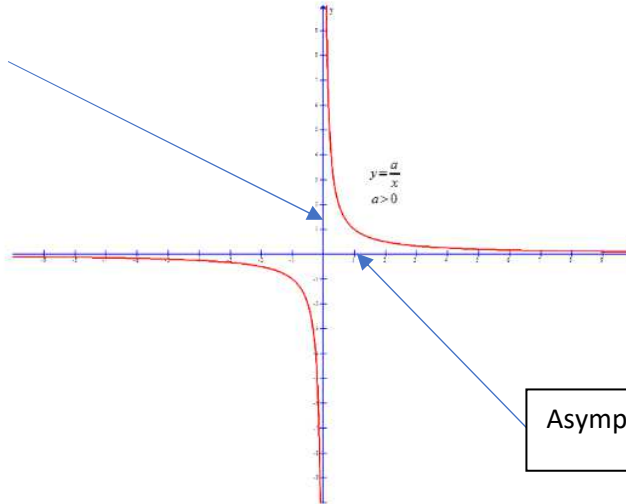


Wykres narysowaliśmy tylko dla $x > 0$.

Wykres funkcji homograficznej - hiperbola

Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ to hiperbola składająca się niejako z dwóch części. Pierwsza część to przedział od minus nieskończoności do 0 (otwarty), a drugi to od zera do plus nieskończoności (również otwarty).

Asymptota pionowa



Asymptota pozioma

Proszę wykonać poniższe zadania

9.11. Czy wielkości podane w tabeli są odwrotnie proporcjonalne?

x	3	7	10
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

b)

a	8	4	1
b	2	4	16

c)

p	10	6	9
q	2	3	1

9.12. Pewna ilość mąki pszennej wystarcza na upieczenie 120 bułek po 0,3 kg każda. Z pięciodekagramowych kajzerek można upiec z tej samej ilości mąki?

9.13. Jadąc na rowerze ze średnią prędkością 14 km/h, Jola dojeżdża do szkoły w czasie 30 minut. Krysia, która mieszka w tej samej odległości od szkoły co Jola, potrzebuje 20 minut na dojazd. Z jaką średnią prędkością dojeżdża do szkoły Krysia?

9.15. Naskicuj wykres i podaj własności funkcji.

a) $f(x) = \frac{3}{x}$

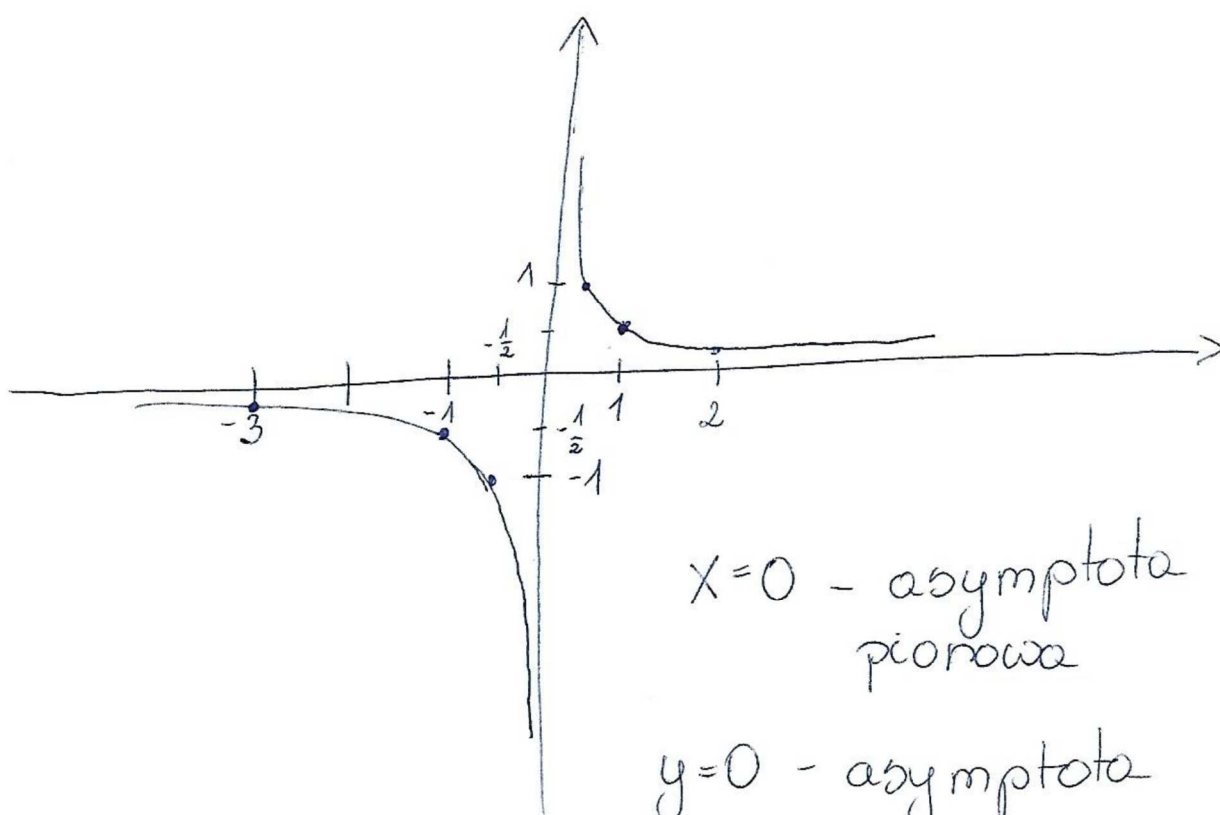
b) $f(x) = \frac{8}{x}$

c) $f(x) = \frac{12}{x}$

d) $f(x) = \frac{1}{2x}$

d) $f(x) = \frac{1}{2x}$

x	-3	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$	-1	nie istnieje	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



$x=0$ - asymptota pionowa

$y=0$ - asymptota pozioma

Proszę wykonać jeden przykład z zadania 9.15

9.16. Dla jakich wartości a wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ przechodzi przez dany

a) $A = (1, 2)$

c) $C = \left(2, \frac{1}{2}\right)$

e) $E = \left(\frac{1}{8}, 2\right)$

b) $B = (-3, -4)$

d) $D = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$

f) $F = (0, 3)$

Zad 9.16/256

$$d) \quad f(x) = \frac{a}{x}$$

$$D = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ x & y \end{pmatrix}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{a}{-\frac{1}{3}}$$

$$a = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$a = \frac{1}{6}$$

Proszę wykonać jeden przykład z zadania 9.16