

I. Zadania do wykonania z poprzednich tematów (były już umieszczone przy kolejnych tematach

Zadanie 1. Podaj czyli odczytaj rozwiązania równania, wykorzystując postać iloczynową:(czytasz liczby w nawiasie z przeciwnym znakiem niż widzisz, to są x_1 i x_2Szybka robota

a) $(x - 3)(x + 5) = 0$ b) $3(x - 5)(x + 6) = 0$ c) $(x + 4)(x + 1) = 0$ d)! $4x(x + 3) = 0$

e) $2(x - \frac{2}{3})(x - 7) = 0$ f) $5(x + \frac{5}{4})(x - 1\frac{1}{2}) = 0$

Zadanie 2. Rozwiąż równania (policz deltę, pierwiastek z delty i x_1 i x_2

a) $x^2 + 8x + 7 = 0$ b) $3x^2 + x - 4 = 0$ c) $x^2 - 10x + 9 = 0$

d) $x^2 + x - 12 = 0$ e) $x^2 + 3x + 2 = 0$ f) $x^2 - 4x - 5 = 0$

Zadanie 3 Rozwiąż równanie iloczynowe (czynniki w nawiasach przyrównaj do 0 i rozwiąż proste równanie)

a) $(x - 6)(x + 4)(x - 9) = 0$

b) $(x^2 - 6x - 7)(x - 3) = 0$

c) $(x^2 - 3x)(x^2 + x - 6) = 0$

Zadanie 4 Rozwiąż samodzielnie równania wymierne zgodnie z przepisem

a) $\frac{2x+1}{x-5} = \frac{3}{2}$ b) $\frac{x+3}{x-1} = \frac{x-2}{x+1}$ c) $\frac{x^2-4}{(x-2)(x+3)} = 0$

Kolejny temat Funkcja kwadratowa

II. Temat lekcji: Funkcja kwadratowa - uzupełnienie wiadomości

Porobimy zadania związane z funkcją kwadratową. Część zadań zrobiona jak wzór, część do zrobienia

Zadanie 1. Narysuj wykres funkcji $f(x) = x^2 + 4x + 3$ i opisz jej własności uzupełniając poniższe zdania: W tym celu trzeba wykonać pewne obliczenia:

oblicz deltę $\Delta = b^2 - 4ac$, miejsca zerowe $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ i x_2 , współrzędne wierzchołka $x_w = \frac{-b}{2a}$, $y_w = \frac{-\Delta}{4a}$ i

teraz naszkicuj parabolę. I z niej odczytaj

- Dziedziną jest zbiór
- Zbiorem wartości jest przedział
- Funkcja przyjmuje wartość najmniejszą równą dla $x =$
- Funkcja przyjmuje wartości największej
- Miejscami zerowymi są argumenty $x_1 =$, $x_2 =$
- $f(x) > 0$ dla $x \in$
- $f(x) < 0$ dla $x \in$
- oś symetrii wykresu jest prosta o równaniu
- Funkcja jest malejąca w przedziale $x \in (-\infty, \dots >$
- funkcja jest rosnąca w przedziale $x \in < \dots, \infty)$

Zadanie 2. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x) = (x - 5)^2 - 4$

Wsk. Najpierw zlikwiduj nawias (jak to zrobić?) potem delta, itd

Zadanie 3 Dla jakiego m liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = (2 + m^2)x - 6$.

Wsk. Liczba 1 to x czyli $x = 1$, więc trzeba wstawić w miejsce x , ale co wstawić zamiast $f(x)$, jeśli tu mamy podane miejsce zerowe???? Chyba zero 0

Zadanie 4. Wyznacz współczynniki b i c funkcji $f(x) = x^2 + bx + c$, wiedząc, że jej wykres przecina oś y w punkcie $(0, 5)$, a miejscem zerowym jest liczba 5.

Wsk. 1. Pamiętaj! Parabola(wykres) przecina oś y w punkcie $(0, c)$ i już coś masz policzone

2. Mamy $x=5$ i dla niego $f(x)=0$, bo tak jest w miejscu zerowym. Podstaw i policz b , bo c nasz już znalezione

Zadanie 5 Wyznacz wzór funkcji kwadratowej wiedząc, że jej miejscami zerowymi są

liczby -3 i 1 i współczynnik $a=1$

Rozwiązanie. Jeśli mamy miejsca zerowe x_1 i x_2 , to myśliwy wtedy o tym że funkcja kwadratowa ma trzy wzory i w tym zadaniu pasuje wzór z miejscami zerowymi czyli $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ i do niego wstawiamy dane

$f(x) = 1(x - 1)(x + 3)$ i już jest wzór funkcji, ale w postaci iloczynowej.

Możemy przejść do postaci ogólnej czy bez nawiasów jeśli te nawiasy wymnożymy czyli

$f(x) = 1(x - 1)(x + 3) = x^2 + 3x - 1x - 3 = x^2 + 2x - 3$ i tu mamy $a = 1, b = 2, c = -3$

Zadanie 6 Wyznacz współczynniki b i c funkcji $f(x) = x^2 + bx + c$, wiedząc, że jej miejscami zerowymi są liczby 3 i 5.

Wsk. Powtórz to co wyżej, ale zauważ sam(sama) jakie jest a !!!!!

Zadanie 7 Parabola $y = x^2 + bx + c$ ma wierzchołek w punkcie $(-3, 6)$. Wyznacz współczynniki b, c .

Rozwiązanie : Mamy wierzchołek wykresu czyli punkt (p, q) i to mamy kojarzyć z postacią kanoniczną funkcji czyli ze wzorem $f(x) = a(x - p)^2 + q$

do którego podstawiamy dane czyli $a = 1$ (zobacz gdzie to widać) $p = -3$ i $q = 6$ czyli

$f(x) = 1 \cdot (x - (-3))^2 + 6 = (x+3)^2 + 6$ i teraz przechodzimy do postaci ogólnej bez nawiasu

$f(x) = (x+3)^2 + 6 = (x + 3)(x + 3) + 6 = x^2 + 3x + 3x + 9 + 6 = x^2 + 6x + 15$

Stąd podamy współczynniki $a=1$ $b=6$, $c=15$

Zadanie 8 Parabola $y = x^2 + bx + c$ ma wierzchołek w punkcie $(4, 2)$. Wyznacz współczynniki b, c .

Wsk. Rób jak wyżej

Zadanie 9 trudniejsze, kto chce. Parabola $y = x^2 + bx + c$ ma wierzchołek w punkcie $(3, 5)$ i przechodzi przez punkt $(1, 9)$. Wyznacz współczynniki b, c .

WSk. Rób jak wyżej

Zadanie 10 Dana jest funkcja kwadratowa $y = x^2 - 6x + 8$. Znajdź punkty przecięcia jej wykresu z osiami układu współrzędnych. (wsk. $(0, c)$ i x_1, x_2)

Zadanie 11 Wyznacz wartość największą i najmniejszą trójmianu $y = x^2 - 4x + 8$ w przedziale $\langle 0, 3 \rangle$

WSk. Było robione. Odszukaj

Zadanie 12. Funkcja $y = ax^2 + bx + c$ przyjmuje wartości ujemne tylko w przedziale $(-4, 2)$, a jej wykres przechodzi przez punkt $P = (1, -5)$. Zapisz wzór tej funkcji w postaci iloczynowej i ogólnej.

Rozwiązanie. Zwracamy uwagę na dany przedział, w którym funkcja ma wartości ujemne, więc poza nim ma wartości dodatnie. I wpadamy na myśl, że te liczby z przedziału muszą być miejscami zerowymi w których funkcja ma wartość ZERO oddzielającą wartości ujemne i dodatnie. Więc mamy $x_1 = -4$ i $x_2 = 2$ i musimy wykorzystać wzór $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ gdzie podstawiamy

$$y = a(x - (-4))(x - 2) \text{ to } y = a(x + 4)(x - 2) \quad *$$

Jeszcze trzeba zobaczyć, że brakuje wartości liczbowej a . Ale mamy niewykorzystany dany punkt $P = (1, -5)$ czyli mamy $x=1$ i $y=-5$. Zatem wstawimy do wyrażenia *

$$-5 = a(1 + 4)(1 - 2) \quad \text{najpierw liczy się w nawiasach}$$

$$-5 = a \cdot 5 \cdot (-1)$$

$$-5 = a \cdot (-5) \quad \text{dzielimy obie strony przez } (-5) \text{ i mamy}$$

$$a = 1 \quad \text{wstawiamy do wzoru funkcji}$$

$$y = 1 \cdot (x + 4) \cdot (x - 2) \quad \text{czyli } y = (x + 4)(x - 2) \quad \text{czyli postać iloczynową}$$

Jeśli wymnożymy nawiasy, to wyjdzie postać ogólna

$$y = (x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$$

Zadanie 12. Funkcja $y = ax^2 + bx + c$ przyjmuje wartości ujemne tylko w przedziale $(3, 2)$, a jej wykres przechodzi przez punkt $P = (1, 2)$. Znajdź wzór tej funkcji w postaci iloczynowej i ogólnej.

WSk. Rób jak wyżej

DLA BARDZO CHĘTNYCH zad 1 i 2

1. Zbiorem wartości funkcji kwadratowej jest przedział $\langle -2, +\infty \rangle$. Ośią symetrii jej wykresu jest prosta $x = 3$. Wykres tej funkcji przecina oś y w punkcie o drugiej współrzędnej 1. Zapisz wzór opisanej funkcji w postaci ogólnej.

2. Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej są liczby -4 i 2 , a jej wykres przecina oś y w punkcie o drugiej współrzędnej -1 . Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.

1. Rozwiązania równania $x^2 - 3 = 0$ to
A. $-\sqrt{3}$ i $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. nie ma rozwiązania
2. Równanie $x^2 - 3x - 5 = 0$ ma
A. dwa rozwiązania B. jedno rozwiązanie
C. nie ma rozwiązania D. nieskończenie wiele rozwiązań
3. Suma rozwiązań równania $x^2 - 9 = 0$ jest równa
A. -9 B. 0 C. 9 D. 2
4. Delta jest równa zero dla równania
A. $x^2 + 3x = 0$ B. $x^2 - 4 = 0$ C. $x^2 + 3 = 0$ D. $x^2 - 4x + 4 = 0$
5. Rozwiązaniami równania $x(x-1) = 0$ są liczby
A. 2 i 1 B. -1 i 0 C. 0 i 1, D. -1 i 1
6. Wierzchołkiem paraboli $y = (x-3)^2 + 5$ jest punkt
A. (9,5) B. (3,-5) C. (3,5) D. (5,3)
7. Oś symetrii wykresu funkcji $y = x^2 - 6x + 5$ jest prosta o równaniu
A. $x = 3$ B. $x = 5$ C. $x = -3$ D. $y = 5$
8. Oś symetrii wykresu funkcji $y = (x - 6)^2 + 5$ jest prosta o równaniu
A. $x = 3$ B. $x = 6$ C. $x = -6$ D. $y = 5$
9. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = -2(x + 3)(x - 5)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji. Zatem:
A. $x_1 + x_2 = -8$ B. $x_1 + x_2 = -2$ C. $x_1 + x_2 = 2$ D. $x_1 + x_2 = 8$
10. Funkcja $y = x^2 - 4x + 7$ jest rosnąca w przedziale
A. $(-\infty, 2 >$ B. $< 2, \infty)$ C. $(5, \infty)$ D. $< 4, 7 >$
11. Zbiorem wartości funkcji $y = (x - 3)^2 - 7$ jest zbiór
A. $Y = < -7, \infty)$, B. $Y = (-\infty, -7 >$, C. $Y = \mathbb{R}$ D. $Y = (3, \infty)$
12. Wykres funkcji $y = x^2 - 3x + 5$ przecina oś OY w punkcie
A. (0,0) B. (0,5) C. (3,5) D. (0, -3)
13. Postać ogólna funkcji kwadratowej $y = (x - 4)^2 + 2$ to
A. $y = (x - 4)(x - 2)$ B. $y = x^2 - 8x + 18$ C. $y = x^2 + 18$ D. $y = x^2 + 4x + 16$
14. Funkcja $y = -3(x+4)^2 + 5$ ma wartość największą równą:
A. -3 B. 4 C. 5 D. -5
15. Postać iloczynowa funkcji $y = x^2 - 4x$ to:
A. $y = (x+2)(x-4)$ B. $y = x(x - 4)$ C. $y = x(x+4)$ D. $y = (x - 4)^2$
16. Jak przesunąć wykres $y = x^2$, żeby otrzymać wykres $y = (x - 3)^2 - 5$:
A. o 3 w lewo i 5 w górę B. o 3 w prawo i 5 w górę
C. o 3 w prawo i 5 w dół D. o 3 w lewo i 5 w dół
17. Rozwiązaniami równania $x(x+1)(x-2) = 0$ są liczby:
A. -2, -1, B. 2, 1, 0 C. 0, -1, 2 D. -1, 1, 2
18. Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji $W(x) = x^2 + 4x + c$, gdy c jest równe
A. 0 B. 2 C. 4 D. -5
19. Rozwiązaniem równania $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{3}$ jest liczba
A. 1 B. 2 C. 7 D. 5
20. Rozwiązaniem równania $\frac{x-5}{x+3} = \frac{2}{3}$ jest liczba
A. 21 B. 0 C. 7 D. $\frac{17}{3}$