Semestr trzeci LO - matematyka

Temat: Rozwiązywanie równań wymiernych

 TERAZ TRZEBA NAUCZYĆ SIĘ ROZWIĄZYWAĆ RÓWNANIA WYMIERNE, które tak wyglądają

 ,  , 

Widzimy tu UŁAMKI i to jest ważne. A ułamki są związane z dzieleniem i tu pojawia się problem: NIE DZIELIMY przez ZERO. ( NIE MA ŻADNEJ LICZBY, KTÓRA BYŁABY WYNIKIEM PODZIELENIA PRZEZ ZERO).

I to wpływa na sposób rozwiązywania takich równań. Trzeba najpierw znaleźć liczbą (albo dwie) która wyzeruje mianownik np

)  tu wyjdzie zero w mianowniku(pod kreską) jeśli za x wpiszemy 1 czyli x=1

)  tu wyjdzie zero w mianowniku, jeśli za x wpiszemy 5 czyli dla x=5

)  tu są dwa mianowniki, wiec będą dwie liczby dla których wyjdzie zero w mianowniku,

 Są to liczby -1 i 2 czyli x= - 1 oraz x=2

 I stąd wynika (co trzeba zapisać ) zastrzeżenie do równania, które trzeba roć

 Druga rzecz ważna , to pozbycie się ułamków. Robi się to za pomocą mnożenia „ na krzyż” korzystając z takiej zależności $\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$ tu mamy dwa równe ułamki i teraz mnożymy na krzyż

 czyli czerwone razy czerwone znak= i zielone razy zielone tzn

 $a∙y=b∙x$

A teraz jak rozwiązywać równanie wymierne- przepis:

 1. robimy zastrzeżenie do mianownika, nie może się równać zero czyli np. $x\ne 1$

 2. likwidujemy ułamki mnożąc na krzyż jak wyżej opisane

 3 rozwiązujemy powstałe równanie – jest to na ogół zwykłe równanie lub kwadratowe

Zadania

Rozwiąż równanie wymierne

 a) $\frac{x+5}{x-2}=\frac{1}{3}$ Robimy zastrzeżenie (tylko dla mianownika z x ) : tu mianownik będzie równy 0 jeśli x=2

 więc piszemy $x\ne 2$ Robimy to z boku równania!!!!

 Teraz kasujemy ułamki mnożąc na krzyż czyli

$$\left(x+5\right)∙3=(x-2)∙1$$

 Mnożymy

 $3x+15=x-2$ przenosimy niewiadome na lewo, wiadome na prawo ze zmianą znaków$ 3x-x=-2-15$

 $2x=-17$ dzielimy obie strony przez(-17)

$$ x=-\frac{17}{2}$$

I to jest rozwiązanie równanie, zgodne z zastrzeżeniem

b)  zastrzeżenie (tylko dla mianownika z x ) : tu mianownik będzie równy 0 jeśli x=1

 więc piszemy $x\ne 1$ Robimy to z boku równania!!!!

 Teraz kasujemy ułamki mnożąc na krzyż czyli

 $\left(x+2\right)∙2=(x-1)∙1$ mnożymy

 $2x+4=x-1$

 $2x-x=-1-4$

 $x=-5$

Odp. Rozwiązaniem równania jest x= 5

c)  Zastrzeżenie dla dwóch mianowników $x\ne 0 i x\ne -1$

Mnożymy na krzyż, ale piszemy nawiasy przy sumach i róznicach

 $\left(x+5\right)\left(x+1\right)=x(x-3)$ mnożymy nawiasy wszystko przez wszystko

 $x^{2}+1x+5x+5=x^{2}-3x$

Jeśli po dwóch stronach jest samo wyrażenie to ulega redukcji i znika. Tu jest x2 i zniknie, potem przenosimy niewiadome na lewo, wiadome na prawo ze zmianą znaków

 $ 1x+5x+3x=-5$

 $ 9x=-5$ dzielimy przez 9

 $x=-\frac{5}{9}$

d) $\frac{3x-4}{x+7}=5$ zastrzeżenie $x\ne -7$

Tu nie mamy ułamków po obu stronach. Ale możemy i musimy sami to zrobić i napisać $5=\frac{5}{1}$

Czyli $\frac{3x-4}{x+7}=\frac{5}{1}$

I dalej zgodnie z przepisem mnożymy na krzyż

$$\left(3x-4\right)∙1=(x+7)∙5$$

Mnożymy
$$3x-4=5x+35$$

$$3x-5x=35+4$$

$$-2x=39$$

$$x=-\frac{39}{2}$$

e) $\frac{x^{2}-9}{\left(x-2\right)(x+3)}$=0 zastrzeżenia są dwa bo w mianowniku są dwa nawiasy i $x\ne 2 i x\ne -3$

Tu nie mamy ułamków po obu stronach. Ale możemy i musimy sami to zrobić i napisać $0=\frac{0}{1}$

Czyli $\frac{x^{2}-9}{\left(x-2\right)(x+3)}$=$\frac{0}{1}$ mnoże na krzyż

$$\left(x^{2}-9\right)∙1=0∙\left(x-2\right)(x+3)$$

$$x^{2}-9=0$$

 a =1 b=0 c= -9

$$∆=b^{2}-4ac=0-4∙1∙\left(-9\right)=0+36=36 i\sqrt{∆}=6$$

 $x\_{1}=\frac{-b-\sqrt{∆}}{2a}=\frac{0-6}{2∙1}=-3$ ta liczba jest sprzeczna z zastrzeżeniem że $x\ne -3$ to odpada

 $x\_{2}=\frac{-b+\sqrt{∆}}{2a}=\frac{0+6}{2∙1}=3$ ta liczba jest dobra i jest jedynym rozwiązaniem równania

Rozwiąż samodzielnie równania wymierne zgodnie z przepisem

 a)  b)  c) 

Zadania dla semestru trzeciego część 2

*Temat lekcji: Równania z trzecią potęgą*

Są to proste równania , ale trzeba je umieć rozwiązać.

Rozwiąż równanie

a) $x^{3}=8$ tu wystarczy pomyśleć i zgadnąć, że to musi być liczba 2

b) $x^{3}=1$ tu wystarczy pomyśleć i zgadnąć, że to musi być liczba 1

c) $x^{3}=-1$ tu wystarczy pomyśleć i zgadnąć, że to musi być liczba  1

a) $x^{3}=27$ tu wystarczy pomyśleć i zgadnąć, że to musi być liczba 3

a teraz trudniej:

 a) $x^{3}-27=0$ b)$x^{3}+8=0$

 wystarczy przenieść liczby na prawą stronę z przeciwnym znakiem czyli

 a) $x^{3}=27$ b)$x^{3}=-8$

 i odgadnąć

 a) $x=3$ b)$x=-2$

Te równania będą dalej wykorzystane

*Temat lekcji: Równania z iloczynem*

Są równania , które mają iloczyn po lewej stronie i zero po prawej np.

$\left(x-2\right)\left(x+8\right)\left(x-3\right)=0, \left(2x+9\right)\left(x-15\right)=0$ $\left(x^{2}-5x\right)\left(2x+8\right)=0$

I trzeba je umieć rozwiązać. Ale NIE WOLNO MNOŻYĆ nawiasów

Żeby rozwiązać takie równanie należy:

1. przyrównać każdy nawias do zera, (bo iloczyn jest równy zero, jeśli co najmniej jeden czynnik czyli nawias jest równy zero)

2. rozwiązać powstałe równania

 Zad. Rozwiąż równanie

a)$ \left(x-2\right)\left(x+8\right)\left(x-3\right)=0 $

 każdy nawias przyrównujemy do zera

$\left(x-2\right)=0 lub \left(x+8\right)=0 lub \left(x-3\right)=0$ ale ważna jest tylko zawartość nawiasu więc trzeba pisać

$$x-2=0 lub x+8=0 lub x-3=0$$

A to są zwykłe równania więc liczby na prawo

 $x=2 lub x=-8 lub x=3$

Odp. Rozwiązaniami równania są $x=2 lub x=-8 lub x=3$

b)$ \left(x+12\right)\left(x+5\right)\left(x-2\right)(x+1)=0 $

 każdy nawias przyrównujemy do zera (ale nawiasów ()nie piszemy)

 $x+12=0 lub x+5=0 lub x-2=0 lub x+1=0$ stąd wyliczmy x

 $x=-12 lub x=-5 lub x=2 lub x=-1$ i to są rozwiązania równania

c)$ \left(x^{2}+12x\right)\left( x^{2}-3x+2\right)=0 $

 Znów każdy nawias przyrównujemy do zera (ale nawiasów ()nie piszemy)

$$ x^{2}+12x=0 lub x^{2}-3x+2=0 $$

I teraz mamy dwa równania kwadratowe, które rozwiążemy za pomocą delty( rozwiązania biegną w dół)

 a=1 , b=12, c=0 lub a=1, b=-3 , c=2

 ∆=$b^{2}-4ac$ lub ∆=$b^{2}-4ac$

Wstawiamy dane liczby

$∆=12^{2}-4∙1∙0$ lub $∆=\left(-3\right)^{2}-4∙1∙2$

$∆=144-0$ lub $∆=9-8$

∆=144 to $\sqrt{∆=12}$ lub ∆=1 to$ \sqrt{∆}=1$

Możemy liczyć x1 i x2  ze wzorów
$$x\_{1}=\frac{-b-\sqrt{∆}}{2a} x\_{2}=\frac{-b+\sqrt{∆}}{2a}$$

$x\_{1}=\frac{-12-12}{2∙1}$=$\frac{-24}{2}=-12$ lub $x\_{1}=\frac{3-1}{2∙1}$=$\frac{2}{2}=1$

$x\_{2}=\frac{-12+12}{2∙1}$=$\frac{0}{2}=0$ lub $x\_{2}=\frac{3+1}{2∙1}$=$\frac{4}{2}=2$

Otrzymaliśmy cztery rozwiązania równania, które ponumerujemy po kolei

 $x\_{1}=-12, x\_{2}=0, x\_{3}=1, x\_{4}=2$

Wzorując się na tym co tu widzisz rozwiąż równania

$$a) \left(x-6\right)\left(x+4\right)\left(x-9\right)=0$$

$$b) \left(2x-6\right)\left(x-11\right)\left(x+5\right)\left(x-2\right)=0$$

$$c) \left(x^{2}-6x-7\right)\left(x-3\right)=0$$

$$d) \left(x^{2}-3x\right)\left(x^{2}+x-6\right)=0$$

Rozwiązania prześlij na mailea grazyna-putkiewicz@wp.pl