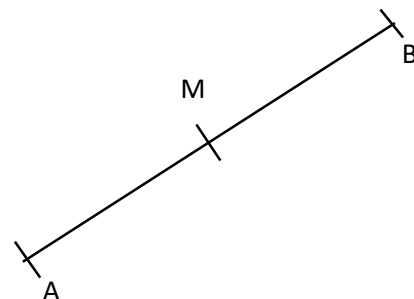


- Jeżeli na płaszczyźnie dane są punkty $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$ to środkiem odcinka AB jest punkt:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$



PRZYKŁAD. Oblicz współrzędne środka odcinka AB, jeżeli $A = (-1, 4)$ i $B = (-3, -2)$.

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

$$M = \left(\frac{-1 + (-3)}{2}, \frac{4 + (-2)}{2} \right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{2}{2} \right) = (-2, 1)$$

ZADANIE 1. Oblicz współrzędne środka odcinka AB.

a. $A = (2, 3)$ $B = (8, 5)$ c. $A = (0, -1)$ $B = (-5, 3)$

PRZYKŁAD. Punkt M jest środkiem odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B, jeżeli $A = (3, 4)$ i $M = (1, 7)$.

Niech $B = (x_B, y_B)$ wtedy:

$$\left(\frac{3 + x_B}{2}, \frac{4 + y_B}{2} \right) = (1, 7)$$

Czyli	$\frac{3 + x_B}{2} = 1$	$/ \cdot 2$	i	$\frac{4 + y_B}{2} = 7$	$/ \cdot 2$
	$3 + x_B = 2$		i	$4 + y_B = 14$	
	$x_B = -1$		i	$y_B = 10$	

Odp. Punkt B ma współrzędne $(-1, 10)$

ZADANIE 2. Punkt M jest środkiem odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B, jeżeli $A = (-1, 5)$ i $M = (0, 1)$.

ZADANIE 3. Punkt M jest środkiem odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu A, jeżeli $B = (5, 8)$ i $M = (1, 7)$.

ZADANIE 4. Wyznacz współrzędne podziału odcinka AB na cztery odcinki równej długości, jeżeli $A = (-5, -7)$, $B = (3, 5)$.

PRZYKŁAD. Dane są dwa wierzchołki równoległoboku ABCD i punkt P przecięcia się przekątnych. Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków, jeśli $A = (-3, 5)$, $B = (-2, -1)$, $P = (3, 1)$. Narysuj równoległobok ABCD w układzie współrzędnych.

Punkt P jest środkiem odcinka AC, ponieważ przekątne równoległoboku połowią się. Niech $C = (x, y)$. Wtedy:

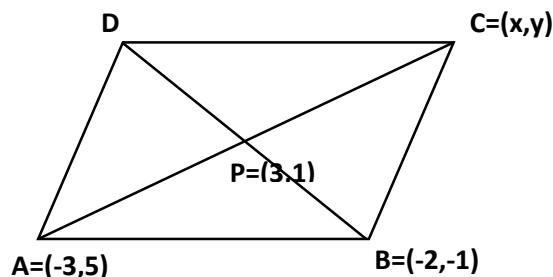
$$\left(\frac{-3 + x}{2}, \frac{5 + y}{2} \right) = (3, 1)$$

$\frac{-3 + x}{2} = 3$	$/ \cdot 2$	i	$\frac{5 + y}{2} = 1$	$/ \cdot 2$
$-3 + x = 6$		i	$5 + y = 2$	
$x = 9$		i	$y = -3$	

Punkt C ma współrzędne $(9, -3)$

Podobnie obliczamy współrzędne punktu D wykorzystując odcinek BD

Punkt D ma współrzędne $(8, 3)$ sprawdź!



ZADANIE 5. Dane są dwa wierzchołki równoległoboku ABCD i punkt P przecięcia się przekątnych. Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków, jeśli $B = (4, -2)$, $C = (2, 7)$, $P = (-1, 2)$. Narysuj równoległobok ABCD w układzie współrzędnych.

1. Rozwiąż równanie:
 a. $x^2 - 3x = -2$ b. $x^2 + 13x + 12 = 0$ c. $4x^2 - 12x = 9$, d. $5x^2 + 2x = 0$
2. Rozwiąż nierówność kwadratową:
 a. $(x-3)(x-6) \leq 0$ b. $(x+2)(x-5) > 0$ c. $x(x-7) \geq 0$ d. $x^2 - 4x + 5 < 0$,
 e. $x^2 - 9 \leq 0$, f. $x^2 + 3x \geq 0$ g. $x^2 + x + 5 > 0$ h. $x^2 - 5x + 3 < x - 5$
3. Wyznacz współrzędne wierzchołka parabol o równaniach:
 a. $y = 3(x-1)^2 + 3$ b. $y = x^2 - 10x + 5$ c. $y = x^2 - 8x$
4. Rozwiąż równanie wymierne:
 a. $\frac{7x-4}{x+1} = 5$ b. $\frac{2x+1}{5-x} = \frac{3}{2}$ c. $\frac{x+3}{x-1} = \frac{x-2}{x+1}$ d. $\frac{2x+1}{5-x} = \frac{3}{2}$
5. Dana jest funkcja f określona wzorem
 a. $f(x) = (x+4)^2 + 2$ b. $f(x) = (x-3)^2 - 1$
 Podaj równanie prostej będącej osią symetrii wykresu, wierzchołek wykresu, zbiór wartości, przedziały monotoniczności.
6. Znajdź miejsca zerowe funkcji i rozłóż ją na czynniki (przedstaw w postaci iloczynowej):
 a. $y = x^2 + 10x + 9$ b. $y = x^2 - 6x + 8$ c. $y = -2x^2 + 2x + 2$ d. $y = (x-3)(x+4)$
7. Narysuj wykres funkcji i napisz równanie osi symetrii tego wykresu
 a. $y = x^2 + 2x - 3$ b. $y = x^2 - 4$ c. $y = 2(x+1)^2 - 3$
8. Ile punktów wspólnych ma parabola
 a. $y = 3(x-1)^2 + 4$ b. $y = -2(x+3)^2 + 4$ z prostą o równaniu $y = 7$?
 Wyznacz współrzędne tych punktów.
9. Wyznacz wszystkie wartości x , dla których funkcja $f(x) = -2x^2 + 8x$ ($f(x) = x^2 + 2x - 3$) przyjmuje wartości
 a. ujemne (dodatnie)
 b. większe od 6 (mniejsze od -3)
10. Oblicz współrzędne punktów przecięcia prostych:
 a. $x - y + 1 = 0$ i $7x - 3y - 1 = 0$
 b. $y = 3x - 4$ i $y = 3x - 4$
 c. $y = -2x + 5$ i $3x + y - 4 = 0$
11. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty: $A = (2, -1)$ i $B = (4, -3)$.
12. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty: $A = (4, 6)$ i prostopadłej do prostej $y = 2x - 5$
13. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty: $A = (5, 1)$ i równoległej do prostej $y = -3x - 1$
14. Wyznacz punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych:
 a. $y = 3x - 2$ b. $x - 4y - 4 = 0$ c. $-2x - 5y + 10 = 0$
15. Sprawdź, czy punkty $A = (-1, 5)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 1)$ są współliniowe.
16. Znajdź równanie symetralnej odcinka o końcach $A = (2, -3)$, $B = (4, 1)$.
17. Wyznacz m , żeby proste $y = (2m-1)x$ i $y = (5-m)x + 7$ były równoległe.
18. Wyznacz m , żeby proste $y = (3m-2)x$ i $y = 4x + 7$ były prostopadłe.
19. Dane są trzy wierzchołki równoległoboku ABCD. Oblicz współrzędne czwartego wierzchołka oraz współrzędne punktu P przecięcia przekątnych, jeśli:
 $A = (-5, -2)$, $B = (3, 1)$, $D = (-2, 5)$
 Narysuj równoległobok ABCD w układzie współrzędnych.
20. Punkty $A = (3, 1)$, $B = (-1, -4)$, $C = (1, -1)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Oblicz długości boków tego trójkąta. Wyznacz równanie prostej zawierającej środkową poprowadzoną z wierzchołka C.