

Jeżeli w danym doświadczeniu losowym wszystkie zdarzenia elementarne są jednakowo prawdopodobne, to prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A jest równe:

$$P(A) = \frac{|\bar{A}|}{|\bar{\Omega}|}$$

$P(A)$ – prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A

$\bar{A}$ – liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A

$\bar{\Omega}$ – liczba wszystkich zdarzeń elementarnych

PRZYKŁAD 1 Rzucamy jeden raz kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – wypadła liczba 4

$$A = \{4\} \quad |\bar{A}| = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$\bar{\Omega} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$|\bar{\Omega}| = 6$$

B – wypadła parzysta liczba oczek ----- $B = \{2, 4, 6\}$, $|\bar{B}| = 3$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

C – wypadła liczba oczek podzielna przez 3 ----- $C = \{3, 6\}$, $|\bar{C}| = 2$

$$P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

D – wypadła liczba równa 7 ----- $D = \emptyset$ - zdarzenie niemożliwe, $|\bar{D}| = 0$

$$P(D) = \frac{0}{6} = 0$$

E – wypadła mniejsza od 10 ----- $E = \bar{\Omega}$ - zdarzenie pewne, $|\bar{E}| = |\bar{\Omega}| = 6$

$$P(E) = \frac{6}{6} = 1$$

ZADANIE 1. Rzucamy jeden raz kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – wypadła liczba 2

B – wypadła liczba nieparzysta

C – wypadła liczba oczek mniejsza od 5

D – wypadła liczba oczek będąca dzielnikiem 6

E – wypadła liczba oczek co najmniej 1

PRZYKŁAD 2 Rzucamy dwa razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – wypadną różne wyniki

$$A = \{OR, RO\} \quad |\bar{A}| = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\bar{\Omega} = \{OO, OR, RO, RR\};$$

$$|\bar{\Omega}| = 4$$

B – co najmniej raz wypadł orzeł ----- $B = \{ OR, RO, RR \}$, $\overline{B} = 3$

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

ZADANIE 2. Rzucamy dwa razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – dwa razy wypadła reszka

B – za pierwszym razem wypadł orzeł

PRZYKŁAD 3 Rzucamy dwa razy kostką sześcienną.. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

A – wypadła dwa razy nieparzysta liczba oczek

B – wypadła suma oczek równa 9

Wyniki tego doświadczenia najwygodniej przedstawić w tabelce.

A – wypadła dwa razy nieparzysta liczba oczek

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

B – wypadła suma oczek równa 9

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Zdarzenia sprzyjające zdarzeniu A – **liliowe**

$$\overline{A} = 9 \quad \overline{\Omega} = 36$$

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Zdarzenia sprzyjające zdarzeniu B – **niebieskie**

$$\overline{B} = 4 \quad \overline{\Omega} = 36$$

$$P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ZADANIE 3. Rzucamy dwa razy kostką sześcienną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – wypadła dwa razy parzysta liczba oczek

B – wypadła suma oczek równa 7

C – wypadła suma oczek mniejsza od 5

D – wypadła parzysta liczba oczek w pierwszym rzucie

E – wypadła ta sama liczba oczek na obu kostkach

F – na pierwszej kostce wypadło mniej oczek niż na drugiej

PRZYKŁAD 4 W urnie jest 10 kul białych, 3 zielone i 7 czarnych. Wybieramy losowo jedną kulę .

a) Oblicz prawdopodobieństwo wyboru kuli białej

Wszystkich kul jest 20, czyli $\overline{\Omega} = 20$

A – wylosowana kula jest biała, $\overline{A} = 10$

$$P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

b) Oblicz prawdopodobieństwo wyboru kuli zielonej

B – wylosowana kula jest czarna, $\overline{B} = 7$

$$P(B) = \frac{7}{20}$$

ZADANIE 4. Na loterii jest 200 losów , w tym 10 wygranych. Kupujemy jeden los. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń: A – kupiony los jest wygrany, B – kupiony los jest pusty

ZADANIE 5. Doświadczenie losowe polega na wylosowaniu jednej karty z talii 52 kart. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

- A – wylosowana karta jest treflem
- B – wylosowana karta jest koloru czerwonego
- C – wylosowana karta jest damą
- D – wylosowana karta jest królem lub kierem.

ZADANIE 6. Spośród dzielników naturalnych liczby 36 wybieramy jeden. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 12.

ZADANIE 7. Ze zbioru {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} wybieramy losowo jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie wylosowana liczba jest pierwsza. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

PRZYKŁAD 5 W klasie jest o 25% więcej chłopców niż dziewcząt. Wybieramy losowo jedną osobę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania chłopca.

Rozwiązanie:

- x – ilość dziewcząt
- 1,25x – ilość chłopców
- x + 1,25x = 2,25x – ilość osób

A – wybrano chłopca

$$P(A) = \frac{1,25}{2,25} = \frac{125}{225} = \frac{5}{9}$$

PRZYKŁAD 6 Na loterii są 44 losy przegrywające, a pozostałe są wygrywające. Kupujemy jeden los. Ile jest wszystkich losów, jeśli prawdopodobieństwo kupienia losu wygrywającego jest równe $\frac{1}{5}$.

Rozwiązanie:

- x – ilość losów wygrywających
- 44 – ilość losów przegrywających
- (44 + x) – ilość wszystkich losów
- A - kupiono los wygrywający

$$P(A) = \frac{x}{44 + x} = \frac{1}{5}, \quad \text{z własności proporcji:} \quad \mathbf{5x = 44 + x}$$

$$5x - x = 44$$

$$4x = 44 \quad \text{czyli} \quad \mathbf{x = 11}$$

Ilość wszystkich losów: 44 + 11 = 55.

ZADANIE 8. W pudełku znajdują się piłki niebieskie i piłki czerwone, przy czym niebieskich jest o 5 więcej niż czerwonych. Prawdopodobieństwo wylosowania jednej piłki czerwonej jest równe $\frac{2}{9}$. Ile piłek niebieskich jest w tym pudełku?

ZADANIE 9. Z liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach utworzonych z cyfr 0, 1, 5, 8, 9 losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczby parzystej.

ZADANIE 9. Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie monetą. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że co najmniej raz wypadnie reszka.