

Odpowiedzi do testu z poprzednich zajęć

Wybierz poprawną odpowiedź

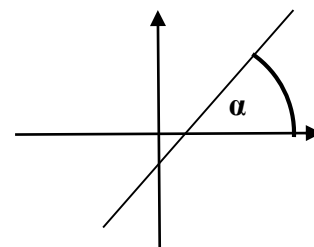
- Wskaż dziedzinę D równania $\frac{x-2}{x+1} = 0$:
 - A.** $D = \mathbb{R} - \{-1\}$
 - B.** $D = \mathbb{R} - \{1\}$
 - C.** $D = \mathbb{R}$
 - D.** $D = \mathbb{R} - \{2\}$
- Wskaż równanie, które nie ma rozwiązania:
 - A.** $\frac{x-1}{x+1} = 0$
 - B.** $\frac{x-1}{x-1} = 1$
 - C.** $\frac{x-1}{x+1} = 1$
 - D.** $\frac{1}{x} = x$

POSTAĆ KIERUNKOWA równania prostej: **$y = ax + b$** ,

a – współczynnik kierunkowy

b – wyraz wolny

Prosta o równaniu **$y = ax + b$** jest nachylona do osi x pod kątem **α** , takim, że **$\operatorname{tg}\alpha = a$** .



PRZYKŁAD 1 Wyznacz kąt nachylenia prostej o równaniu **$y = \sqrt{3}x + 1$** do osi x.

Korzystamy z własności współczynnika kierunkowego:

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$$

Odczytujemy z tablic: **$\alpha = 60^\circ$**

ZADANIE 1. Wyznacz kąt nachylenia do osi x prostej o równaniu:

- a.** $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 7$
- b.** $y = x - 5$
- c.** $y = \sqrt{3}x - 7$

RÓWNOLEGŁOŚĆ WYKRESÓW FUNKCJI

Wiemy, że wykresy funkcji liniowych są równoległe, jeśli są nachylone do osi OX pod tym samym kątem, czyli mają równe współczynniki kierunkowe.

Wykresy funkcji liniowych **$y = ax + b$** oraz **$y = a_1x + b_1$** są równoległe wtedy, gdy **$a = a_1$** .

PRZYKŁAD 2

Dana jest funkcja liniowa **$y = 2x + 1$** . Napiszmy wzór funkcji, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji i przechodzi przez punkt **A(4, 5)**.

Rozwiązanie:

$y = ax + b$ wzór szukanej funkcji liniowej

$y = 2x + b$ wzór dowolnej prostej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji $y = 2x + 1$ (**$a=2$**)

Wiemy, że punkt **A = (4, 5)** należy do wykresu szukanej funkcji, czyli **b** obliczymy z równania:

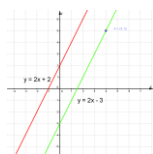
$5 = 2 \cdot 4 + b$

$5 = 8 + b$

$b = -3$

Odp. Wzór szukanej funkcji $y = 2x - 3$

Ilustracja zadania w układzie współrzędnych



PROSTOPADŁOŚĆ WYKRESÓW FUNKCJI

Wykresy funkcji liniowych $y = ax + b$ oraz $y = a_1 x + b_1$, są prostopadłe wtedy, gdy $a \cdot a_1 = -1$

PRZYKŁAD 3

Dana jest funkcja liniowa $y = \frac{1}{2}x - 4$. Napiszmy wzór funkcji, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji i przechodzi przez punkt $A(1, -1)$.

Rozwiązanie:

$y = ax + b$ wzór szukanej funkcji liniowej

proste o równaniach $y = ax + b$ i $y = \frac{1}{2}x - 4$ są prostopadłe, czyli a obliczymy z równania:

$$\frac{1}{2} \cdot a = -1 \quad / \cdot 2$$

$$\underline{a = -2}$$

$y = -2x + b$ wzór dowolnej prostej, której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji

$$y = \frac{1}{2}x - 4$$

Wiemy, że punkt $A = (1, -1)$ należy do wykresu szukanej funkcji, czyli b obliczymy z równania:

$$-1 = -2 \cdot 1 + b$$

$$-1 = -2 + b$$

$$\underline{b = 1}$$

Odp. Wzór szukanej funkcji $y = -2x + 1$

Ilustracja zadania w układzie współrzędnych



PRZYKŁAD 4

Wyznamy wartość parametru m , dla którego wykresy funkcji liniowych:

$$f(x) = (m+3)x + 5 \quad \text{i} \quad g(x) = 7x - 2$$

a. są prostymi równoległymi

Wykresy funkcji liniowych są równoległe, gdy współczynniki kierunkowe tych funkcji są jednakowe. Współczynnik kierunkowy funkcji f jest równy $(m+3)$, a funkcji g jest równy 7. Stąd:

$$m + 3 = 7$$

$$m = 4$$

Odp. Wykresy funkcji liniowych są równoległe, gdy $m = 4$

b. są prostymi prostopadłymi

Wykresy funkcji liniowych są prostopadłe, gdy iloczyn współczynników kierunkowych jest równy -1 . Stąd:

$$(m + 3) \cdot 7 = -1$$

$$7m + 21 = -1$$

$$7m = -22$$

$$m = -3\frac{1}{7}$$

Odp. Wykresy funkcji liniowych są prostopadłe, gdy $m = -3\frac{1}{7}$

ZADANIE 2. Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji $y = 4x + 5$ i przechodzi przez punkt $A(-8,9)$.

ZADANIE 3. Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji $y = x + 7$ i przechodzi przez punkt $A(4,-2)$.

ZADANIE 4. Wyznacz wartość parametru m , dla którego wykresy funkcji liniowych:

$$f(x) = (m-1)x + 5 \quad \text{i} \quad g(x) = -3x + 2 \quad \text{są:}$$

a) prostymi równoległymi

b) prostymi prostopadłymi

PRZYKŁAD 5

a) Równanie prostej w postaci kierunkowej: $y = 3x - 4$

możemy zapisać inaczej, przenosząc wszystkie wyrazy na jedną stronę: $-3x + y + 4 = 0$

b) Równanie prostej w postaci kierunkowej: $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ $\quad / \cdot 4$

możemy zapisać inaczej: $4y = -3x - 2$
 $3x + 4y + 2 = 0$

POSTAĆ OGÓLNA równania prostej: $Ax + By + C = 0$

PRZYKŁAD 6 – Wypiszmy współczynniki A, B, C w równaniu ogólnym prostej $-2x + 7y - 5 = 0$

Odp. $A = -2$, $B = 7$, $C = -5$

ZADANIE 5. - Zapisz równanie prostej w postaci ogólnej i wypisz współczynniki A, B, C.

a. $y = 8x - 3$ b. $y = -\frac{2}{5}x - 1$ c. $y = \frac{1}{2}x + 7$ d. $y = -x$

PRZYKŁAD 7 - Zapiszmy równanie prostej $5x - 2y + 6 = 0$ w postaci kierunkowej.

Obliczmy y: $-2y = -5x - 6$ $\quad /: (-2)$

$y = 2,5x + 3$ ----- postać ogólna

ZADANIE 6. Zapisz równanie podanej prostej w postaci kierunkowej:

a. $2x - y - 3 = 0$ b. $x + 3y - 4 = 0$ c. $2x - 5 = 0$ d. $2y - 7 = 0$

PRZYKŁAD 8. - Sprawdźmy, czy punkty $A = (-1, 5)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 1)$ są współliniowe.

Wyznaczmy równanie prostej AB wykorzystując równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$ – można je znaleźć w tablicach matematycznych

$$(y - y_A)(x_B - x_A) - (y_B - y_A)(x - x_A) = 0$$

Podstawiamy odpowiednio współrzędne punkty $A = (-1, 5)$, $B = (2, 2)$

$$(y - 5)(2 - (-1)) - (2 - 5)(x - (-1)) = 0$$

$$(y - 5)3 - (-3)(x + 1) = 0$$

$$3y - 15 + 3x + 3 = 0$$

$$3x + 3y - 12 = 0$$
 ----- równanie prostej AB

Sprawdzimy, czy punkt $C = (3, 1)$ należy do prostej AB o równaniu: $3x + 3y - 12 = 0$:

$$3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 12 = 0$$

$$12 - 12 = 0$$

$$0 = 0$$
 ---- prawda

Odp. Punkty A, B, C są współliniowe.

LITERATURA: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda - Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa 2.

Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro – Warszawa 2012;

Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda - Matematyka. Zbiór zadań do liceów i techników. Klasa 2.

Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro