***Przypominam o przesyłaniu prac kontrolnych !!! Mój adres mailowy:*** ***kowalskamaria@gazeta.pl***

**TEMAT: DOŚWIADCZENIE LOSOWE. PRZESTRZEŃ ZDARZEŃ ELEMENTARNYCH.**  (semestr. V-6)

**Doświadczenie losowe** to taki eksperyment:

* który możemy powtarzać wielokrotnie w identycznych (lub zbliżonych) warunkach,
* w którym znamy wszystkie możliwe wyniki,
* w którym nie możemy jednoznacznie przewidzieć wyniku (wynik zależy od przypadku).

**Zadanie 1.** Które z wymienionych eksperymentów są doświadczeniami losowymi:

1. strzelanie z łuku do tarczy
2. nakłucie szpilką balonika
3. zrzucenie jajka z okna siódmego piętra
4. rzucanie sześcienną kostką
5. rzucanie monetą
6. losowanie karty z talii
7. rozgrywanie meczu piłkarskiego

Zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych (wyników) nazywamy **przestrzenią zdarzeń elementarnych** ()**.**

Wyniki doświadczenia losowego nazywamy **zdarzeniami elementarnymi**.

**PRZYKŁAD 1**

**Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie monetą**

W tym wypadku mamy dwa wyniki – **zdarzenia elementarne**: „wypadł orzeł” , „ wypadła reszka”

**Przestrzeń zdarzeń elementarnych:**   = {„wypadł orzeł” , „ wypadła reszka”}

Zazwyczaj zdarzenia elementarne zapisuje się krócej:

„wypadł orzeł” oznaczmy literą O; „ wypadła reszka” oznaczmy literą R

Wtedy:  = { O, R } Są 2 zdarzenia elementarne, co zapisujemy:  = 2

Uwaga! W określaniu przestrzeni zdarzeń elementarnych robimy pewne uproszczenia. Przy rzucie monetą nie rozpatrujemy np. zdarzeń elementarnych: „moneta ustawiła się na krawędzi” czy „moneta wpadła pod fotel” .

**PRZYKŁAD 2**

**Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie kostką do gry.**

 **= {1, 2, 3, 4, 5, 6};** Jest 6 zdarzeń elementarnych, czyli:  = 6

Gdzie: **1** – oznacza zdarzenie elementarne „wypadła ścianka z jednym oczkiem”

 **2** – oznacza zdarzenie elementarne „wypadła ścianka z dwoma oczkami” itd.

**PRZYKŁAD 3**

**Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie monetą. Określ przestrzeń zdarzeń elementarnych** .

Przykład zdarzenia elementarnego zaznaczonego na czerwono:

**O**

**R**

**R**

**O**

**R**

**O**

I rzut

II rzut

„w pierwszym rzucie wypadł orzeł, w drugim rzucie – reszka”, czyli OR

 **= {OO, OR, RO, RR};**  = 4

Drzewko ułatwia wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych.

**PRZYKŁAD 4**

**Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie kostką do gry. Określ . Ile jest wszystkich zdarzeń elementarnych.**

Zdarzenia elementarne możemy przedstawić jako pary uporządkowane, w których pierwsza liczba to wynik I rzutu, a druga – wynik II rzutu.

Wyniki, czyli, tego doświadczenia najwygodniej przedstawić w tabelce.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| 2 | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| 3 | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| 4 | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| 5 | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| 6 | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

** = {**(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …, (6, 5), (6, 6)**};**  = 36

**PRZYKŁAD 5**

W pudełku są trzy kartki: na pierwszej kartce napisana jest liczba 2, na drugiej liczba – 3 , na trzeciej liczba – 4. Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym losowaniu kartki z pudełka: losujemy jedną kartkę, zapisujemy liczbę, odkładamy kartkę na bok, ponownie losujemy kartkę z pudełka i zapisujemy liczbę. (takie losowanie nazywamy **losowaniem bez zwracania**). Określ przestrzeń zdarzeń elementarnych().

**Uwaga!** Gdy za I razem losujemy 2, to za II możemy – 3 lub 4.

**2**

**4**

**2**

**4**

**2**

**4**

**3**

**3**

I kartka

II kartka

**3**

** = {**(2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 3)**};**

 = 6

**PRZYKŁAD 6**

W pudełku są trzy kartki: na pierwszej kartce napisana jest liczba 2, na drugiej liczba – 3 , na trzeciej liczba – 4. Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym losowaniu kartki z pudełka: losujemy jedną kartkę, zapisujemy liczbę, wrzucamy kartkę do pudełka, losujemy drugi raz kartkę i zapisujemy liczbę. (takie losowanie nazywamy **losowaniem ze zwracaniem**). Określ przestrzeń zdarzeń elementarnych() tego doświadczenia losowego.

**Uwaga!** Gdy za I razem losujemy 2, to tym razem za II możemy wylosować 2, 3 lub 4.

** = {**(2, 2), (2, 3), (2, 4),

**2**

**3**

**4**

**4**

**2**

**4**

**3**

**2**

I kartka

II kartka

**3**

**3**

**2**

**4**

(3, 2), (3, 3), (3, 4),

(4, 2), (4, 3), (4, 4)**};**  = 9

**Zadanie 2.** W pudełku są trzy klocki: na pierwszym jest litera A, na drugim – litera K, na trzecim litera – T. Losujemy kolejno bez zwracania po jednym klocku i tworzymy trzyliterowy napis. Określ .

**Zadanie 3.** W pudełku są trzy klocki: na pierwszym jest litera A, na drugim – litera K, na trzecim litera – T. Losujemy kolejno ze zwracaniem po jednym klocku i tworzymy trzyliterowy napis. Określ .

**Zadanie 4.** Określ zbiór wszystkich wyników, czyli przestrzeń **zdarzeń elementarnych** (), doświadczenia losowego polegającego na:

1. jednokrotnym rzucie monetą i jednokrotnym rzucie kostką
2. trzykrotnym rzucie monetą

**TEMAT: ZDARZENIA.**

**PRZYKŁAD 7**

Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie kostką do gry.

 = **{1, 2, 3, 4, 5, 6} –** przestrzeń zdarzeń elementarnych

**Zdarzenie** **–** dowolny podzbiór przestrzeni

* Zdarzenie **A** polega na tym, że **wypadła parzysta liczba oczek.**

Mówimy, że:

Zdarzenie elementarne polegające na tym, że wypadła ścianka z jednym oczkiem (1) **nie sprzyja zdarzeniu A**

Zdarzenie elementarne polegające na tym, że wypadła ścianka z dwoma oczkami (2) **sprzyja zdarzeniu A**

Wypiszmy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A:

**A =** **{ 2, 4, 6}**

* Zdarzenie **B** polega na tym, że **wypadła liczba oczek większa od zera.**

**B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} =**  **–** **zdarzenie pewne**

* Zdarzenie **C** polega na tym, że **wypadła ujemna liczba oczek**

 **C** = ø **–** **zdarzenie niemożliwe**

----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Zadanie 5**. Rzucamy raz kostką do gry**.** Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające następującym zdarzeniom:

A – wypadła nieparzysta liczba oczek

B – wypadła liczba oczek mniejsza od 4

C – wypadła liczba pierwsza

D – wypadła liczba oczek mniejsza od 10

E – wypadła liczba oczek większa od 6

**Zadanie 6.** Rzucamy dwa razy monetą. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:

A – co najmniej raz wypadł orzeł

B – dwa razy wypadła reszka

C – dokładnie raz wypadł orzeł

**Zadanie 7.** Rzucamy trzykrotnie monetą. Oznaczmy zdarzenia:

A – reszka wypadła co najwyżej raz

B –orzeł wypadł co najmniej raz

C – reszka wypadła dokładnie dwa razy

**Zadanie 8.** Rzucamy jeden raz monetą i jeden raz kostką sześcienną do gry, która ma na ściankach liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:

A – wypadł orzeł

B – wypadła reszka i parzysta liczba oczek

C – wypadła liczba będąca dzielnikiem liczby 12

D – wypadł orzeł lub wypadła liczba 1

**Zadanie 9.** Ze zbioru { 2, 3, 4} losujemy dwa razy po jednej liczbie. Oblicz, ile zdarzeń elementarnych sprzyja zdarzeniu **A** – suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą, jeżeli:

1. losujemy ze zwracaniem b) losujemy bez zwracania