Zadania - powtórzenie do egzaminu dojrzałości

1. Dla jakich wartości parametru m rozwiązanie układu równań $\begin{cases} x - y = m \\ 2x - y = 2 - m \end{cases}$ jest parą liczb o przeciwnych znakach ?

2. Sformułuj warunek zbieżności nieskończonego ciągu geometrycznego i ułamek okresowy 6,(21) zamień na ułamek zwykły.

3. Punkty A = (-1;-1), B = (3;5), C = (1,7) są wierzchołkami trójkąta ABC. Napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A i równanie środkowej poprowadzonej z wierzchołka C.

4. Uczeń umie odpowiedzieć na 10 spośród 15 pytań egzaminacyjnych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uczeń odpowie na co najmniej trzy pytania z czterech wybranych losowo ?

5. Wykaż, że czworokąt A = (3;-3), B = (-1;-4), C = (-2;0), D = (2;1) jest kwadratem.

6. Dana jest funkcja $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$. Wyznacz współczynniki a,b tej funkcji, wiedząc, że jej miejscem zerowym jest 1 i że funkcja osiąga ekstremum równe 1 dla x = 0

7. Rozwiąż równanie cos x + cos 2x = 0

8. Napisz równanie stycznej do paraboli $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2}$ w punkcie o odciętej x = 1.

9. Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu jest półkolem. Wyznacz miarę kąta między tworzącą a wysokością tego stożka.

10. Wiedząc, że liczby 2 i –3 są pierwiastkami wielomianu $W(x) = 2x^3 + mx^2 - 13m + n$ wyznacz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

11. Dla jakiej wartości parametru p funkcja $f(x) = x^3 - px^2 + 5x - 2, \quad x \in R$ osiąga ekstremum dla x = 5 ? Zbadaj, czy jest to maksimum, czy minimum.

12. Okrąg wpisany w trójkąt równoramienny ma promień długości 2, a okrąg styczny do ramion trójkąta i do okręgu wpisanego ma promień długości 1.Oblicz długość wysokości tego trójkąta.

13. Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2ax - 2a^2$. Dla jakiej wartości parametru a reszta zdzielenia tego wielomianu przez dwumian x – 2 równa się 6 ?

14. Dana jest funkcja $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ .Rozwiąż równanie $f(f(x)) > 1$

15. Co jest bardziej prawdopodobne: otrzymać trzy razy reszkę w ośmiu rzutach symetryczną monetą, czy otrzymać dwa razy reszkę w czterech rzutach ?

16. Rozwiąż równanie (2x+5) + (2x+8) + (2x+11)+ ... + (2x+32) = 145

17. Dla jakiej wartości parametru $m \in R$ funkcja $f(x) = \dfrac{x^2 - mx}{x+1}$ jest niemalejąca w całej swojej dziedzinie ?
18. Z talii 52 kart losujemy pięć. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kierów, jeśli wiadomo, że wśród wylosowanych kart nie ma trefli i pików.
19. Dla jakich wartości zmiennej x wyrażenie $\sqrt{\log_{0,5}(x^2 - 5x - 6) + 3}$ ma sens liczbowy ?
20. Dla jakich wartości parametrów p i q liczba 3 jest pierwiastkiem dwukrotnym wielomianu $W(x) = x^3 - 5x^2 + px + q$?
21. Z grupy 7 dziewcząt i 3 chłopców w sposób losowy wybieramy równocześnie 3 osoby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród losowo wybranej trójki będzie znajdował się dokładnie jeden chłopiec ?

22. Dany jest wektor $\vec{u} = [2;-4]$. Przedstaw ten wektor w postaci sumy dwóch wektorów $\vec{v}$ i $\vec{z}$ takich, że $\vec{u}$ i $\vec{v}$ są prostopadłe, a $\vec{u}$ i $\vec{z}$ są równoległe.

23. Dana jest funkcja $f(x) = mx^2 - \sqrt{6}mx + m^2 - 1$. Wiedząc, że dla argumentu $x_0 = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ funkcja $f(x)$ osiąga maksimum, wyznacz m.

24. W sferę o promieniu R = 1 wpisano walec o największej objętości. Oblicz wysokość tego walca.
25. Dane są dwa punkty płaszczyzny *OXY*, *M = (-2 ; 3)* i *N = (1 ; 6)*. Znajdź taki punkt A $(x_o ; y_o)$, aby $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{MN}$.
26. Jakie powinno być k, aby obydwa pierwiastki równania $(k-1)x^2 - 2kx + k + 3 = 0$ były dodatnie?
27. Z grupy 20 osób, wśród których 9 czyta tygodnik A, 13 czyta tygodnik B, a 5 czyta oba te tygodniki. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrana osoba czyta dokładnie jeden dziennik.
28. Dla jakich wartości α funkcja $f: R \to R$ określona wzorem $f(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x\cos\alpha + 4\sin 2\alpha$ ma minimum równe 0?
29. Napisz równanie okręgu przechodzącego przez punkty A=(5,0) i B=(1,4), jeżeli środek okręgu należy do prostej x+y-a=0, gdzie a jest pierwiastkiem równania $\log_2(x+5) = \log_2(x+1) + 1$.
30. Rozwiąż równanie $x + x^3 + x^5 + \ldots = 0,(6)$.
31. Wyznacz wartość parametru p, aby funkcja określona wzorem $f(x) = x^3 - px^2 + 5x$ miała ekstremum w punkcie $x_0 = 5$. Zbadaj czy jest to maksimum, czy minimum.
32. Dla jakich x liczby $\cos^2 x$, $\cos 2x$,-2 są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?
33. Ze zbioru $Z = \left\{ \log_{\sqrt{3}} 27, \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2 - 3n + 1}{n^2 + 3}, \quad \sin\dfrac{\pi}{2} \right\}$ losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$?

34. Rozwiąż równanie $f'(x)+2f(x)=2\cos x$, gdzie $f(x)=\sin x+\cos x$ i $x\in R$.

35. Wyznacz zbiór $A\cap B$, gdzie $A=\left\{x: x\in R \wedge \sqrt{(x-1)^2} \le \lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x^2}\right\}$, a B jest dziedziną funkcji $f(x)=\frac{\sqrt{9x-x^2}}{\log(x^2-3)}$.

36. Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o długości krawędzi podstawy a=6 i kącie nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy $\alpha=60^0$.

37. Zbadaj monotoniczność funkcji $f(x)=x^3+3x^2+ax+b$, wiedząc, że liczby $x_1=2$ i $x_2=-3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x)=x^3+3x^2+ax+b$.

38. Oblicz $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+3n-2}{1+2+3+\ldots+n}$.

39. Ze zbioru $Z=\left\{x: x\in C_+ \quad i \quad \frac{x}{6}\le\frac{6}{x}\right\}$ losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wylosowanych liczb jest liczbą pierwszą?

40. Dla jakich wartości parametru m nierówność $(m^2+5m-6)x^2-2(m-1)x+3>0$ jest prawdziwa dla każdej liczby $x\in R$.

41. Wyznacz a tak, aby granicą ciągu $b_n=\frac{a\cdot n^2-1}{(a-1)\cdot n^2+n}$ była liczba 2. Dla znalezionej liczby a zbadaj monotoniczność ciągu.

42. Ze zbioru $Z=\left\{x: x\in N \quad i \quad x\ge\frac{1}{x} \quad i \quad x<6\right\}$ losujemy dwie liczby i układamy je obok siebie tworząc liczbę dwucyfrową, w której cyfrą dziesiątek jest pierwsza z wylosowanych liczb. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymana liczba jest podzielna przez 3.

43. Dla jakich wartości α rozwiązaniem układu równań

$$\begin{cases} x\cdot\sin\alpha - y\cdot\cos\alpha = 1 \\ x\cdot\cos\alpha - y\cdot\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

Jest para liczb x, y spełniająca warunek $x^2+y-1=0$.

44. Określ dziedzinę funkcji $f(x)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x-1)^3}+\ldots$. Wyznacz miejsca zerowe pochodnej funkcji.

45. Dwaj strzelcy strzelają do jednej tarczy. Pierwszy trafia do tarczy z prawdopodobieństwem 0,7, drugi z prawdopodobieństwem 0,8. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze tarcza będzie dokładnie raz trafiona, jeśli każdy ze strzelców odda po jednym strzale?

46. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x)=\log_{x^2-1}(2^{2x+1}-\frac{1}{8})-\frac{\sqrt{10+3x-x^2}}{x^2-4x}$.

47. W urnie jest n kul, z których 5 jest białych. Jakie powinno być n, żeby przy losowaniu 2 kul bez zwracania prawdopodobieństwo wylosowania obu kul białych było większe od $\frac{1}{3}$?
48. Oblicz objętość bryły powstałej w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego o długościach przyprostokątnych 6 cm i 8 cm dokoła prostej zawierającej przeciwprostokątną?

49. Prosta o równaniu $y = 2x + 3$ przecina parabolę o równaniu $y = 2x^2 - 4x + 3$ w punktach A i B. Oblicz pole trójkąta ABC, gdzie C jest wierzchołkiem paraboli.
50. Rozwiąż równanie $\log x + \log^2 x + \log^3 x + \ldots = 1$.
51. Rzucamy x 5razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że szóstka wypadnie 3 razy, jeśli x jest rozwiązaniem równania $x^3 - 5x^2 + 2x = 10$.
52. Prosta o równaniu $2x + y - 2 = 0$ przecina okrąg $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$ w punktach A i B. Oblicz pole trójkąta ABS, gdzie s jest środkiem okręgu.
53. Dla jakich wartości parametru $p \in R$ suma odwrotności pierwiastków równania $x^2 + (2 - 3p)x + (2p^2 - 5p - 3) = 0$ ma wartość ujemną?
54. Rozwiąż równanie $4^{\cos^2 x} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin^2 x} = 6$.
55. Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x \cdot \sqrt{2 - x}$ w przedziale $\langle -2,1 \rangle$.
56. Rozwiąż równanie $\mathrm{tg}^2\, 3x = a$ wiedząc, że a jest pierwiastkiem równania $\log_3^3 x + 2\log_3^2 x - 3 = 0$
57. Z grupy składającej się z k kobiet i n mężczyzn wybieramy 3-osobową delegację. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w skład delegacji wejdą same kobiety, jeśli k jest pierwiastkiem równania $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^{-5}$, a n pierwiastkiem równania $\log_{(x-2)} 9 = 2$?
58. Rozwiąż równanie $1 + \sin x + \sin^2 x + \ldots = 2 \quad , \quad x \in \langle 0,2\pi \rangle$.
59. Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \dfrac{x-4}{x-2}$ w punkcie przecięcia wykresu z osią OX. Napisz równanie okręgu opisanego na trójkącie wyznaczonym przez styczną i osie układu współrzędnych.
60. W trójkącie ABC dane są $|AB| = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$, $|BC| = 10$, $|\angle BAC| = 120^0$. Oblicz pole trójkąta i długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.

61. Zbadaj monotoniczność ciągu $a_n = \dfrac{2 + 4 + 6 + \ldots + 2n}{n^2}$ i oblicz jego granicę.
62. Wyznacz zbiór $A \cap B$ jeśli:

$$A = \left\{x \in R: \quad \sqrt{(2x-1)^2} < 2\right\},$$
$$B = \left\{x \in R: \quad \log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}} (2 - x)\right\}.$$

63. Funkcja $f(x) = a\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x$ ma ekstremum w punkcie $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$. Wyznacz a. Zbadaj, czy jest to maksimum, czy minimum.

64. Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = -2\sin x + 1$ w punkcie o odciętej $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$.

65. Dla jakich wartości parametru m wielomian $W(x)=x^3\log^2 m-3x^2\log m-6x-2\log m$ jest podzielny przez dwumian $x+1$?

66. Boki czworokąta ABCD wpisanego w okrąg o promieniu 1 mają długości: $|AB|=2$, $|BC|=\sqrt{2}$, $|CD|=1$. Oblicz długość boku AD.

67. Bok trójkąta równobocznego jest średnicą koła o promieniu r. Oblicz pole figury, która jest wspólną częścią koła i trójkąta.

68. W jakim punkcie styczna do wykresu funkcji $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ jest równoległa do prostej o równaniu $2x-2y-1=0$?

69. Dla jakich $x\in R$ wartości funkcji: $\log_2(x-4)$, $\log_2 2x$, $\log_2 x^2$ są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego?

70. Funkcja $f(x)=x^2(3-x)$ osiąga ekstrema w punktach x_1 i x_2. Wyznacz rzędną punktu $C=(1,y)$ tak, aby pole trójkąta ABC było równe 10, jeżeli $A=\left(x_1, f(x_1)\right)$ $B=\left(x_2, f(x_2)\right)$.

71. Dla jakich $\alpha\in\langle 0,2\pi\rangle$ równanie $2x^2-2(2\cos x-1)x+2\cos^2\alpha-5\cos\alpha-2=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste?

72. Oblicz objętość czworościanu foremnego o długości krawędzi a = 6.

73. Ze zbioru $Z=\left\{\ x: x\in C\ i\ \log_{\frac{1}{3}}(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x+1)<1\ i\ x<7\ \right\}$ losujemy dwie liczby i układamy je w kolejności losowania obok siebie tworząc liczbę dwucyfrową. Pierwsza wylosowana liczba jest cyfrą dziesiątek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymamy liczbę parzystą.

74. Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x)=\cos x+\dfrac{1}{2}\cos 2x$ w przedziale $\langle\ 0, 2\Pi\ \rangle$

75. Wyznacz zbiór wartości parametru k, dla których równanie $(k+2)x^2-kx+1=0$ ma jedno rozwiązanie dodatnie, a drugie ujemne.

76. Rozwiąż równanie $1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{x^2}+\cdots=a$, gdzie a jest pierwiastkiem równania

$$\log_2(x+3)-\log_2(x-1)=4-\log_2 8$$

77. Napisz równania stycznych do okręgu $x^2+y^2=4$ równoległych do prostej $y=3x$

78. Trzy liczby są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Ich suma równa się $3\dfrac{1}{2}$. Jeżeli do drugiej dodamy 0,25 , a pozostałe zostawimy bez zmiany, to otrzymamy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego. Wyznacz te liczby.

79. Dla jakich wartości parametru a równanie $x^2-2x+1=2x\log a+\log^2 a$ ma dwa różne pierwiastki ?

80. Napisz równanie okręgu o średnicy $\overline{AB}$, gdzie A i B są punktami, w których funkcja $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$ przyjmuje wartości ekstremalne.

81. Ze zbioru $Z=\{0, 1, 2, 3\ \}$ losujemy kolejno, bez zwracania dwie liczby a i b

i na płaszczyźnie zaznaczamy punkt (a,b). Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymany punkt należy do wykresu funkcji $y = | x - 1 |$?

82. Rozwiąż równanie $x^2 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{9}x^4 + \cdots = 3$

83. Trójkąt równoramienny o ramionach długości 6 i kącie rozwartym 120° obraca się dookoła jednego z ramion. Oblicz pole powierzchni otrzymanej bryły.

84. Dla jakich wartości parametru m prosta o równaniu $3x + 4y + 1 = 0$ jest styczna do okręgu $x^2 + y^2 - 2mx = 0$? Napisz równanie prostej równoległej do tej stycznej, przechodzącej przez środek okręgu.

85. Dla jakich wartości parametru t równanie $\left(2\log_{\frac{1}{2}} t - 1\right)x^2 - 2x + \log_{\frac{1}{2}} t = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste ?

86. Oblicz długości boków i pole trójkąta prostokątnego, którego obwód ma długość 60 cm wiedząc, że długości boków tego trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny.

87. Wyznacz liczbę a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{x^2 - 2ax + 1}{x - 2}$ osiągała ekstremum dla x =1. Zbadaj, czy jest to maksimum, czy minimum .

88. Funkcja $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ osiąga ekstrema w punktach x_1 i x_2. Napisz równanie symetralnej odcinka $\overline{AB}$, gdzie $A = (x_1, f(x_1))$ $B = (x_2, f(x_2))$.

89. Rozwiąż równanie $\cos 2x + \sin x = p^2 + 4q + 3$ z niewiadomą x wiedząc, że wielomian $W(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ dzieli się przez dwumian $x^2 - 1$.

90. Rzucasz dwa razy kostką do gry. Jaką masz szansę, że uzyskasz sumę oczek równą 7, pod warunkiem, że w pierwszym rzucie otrzymasz parzystą liczbę oczek ?

91. $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 4}$. Wyznacz a i b wiedząc, że liczba 3 jest miejscem zerowym funkcji i wykres funkcji przechodzi przez punkt $\left(1 ; \frac{2}{3}\right)$. Zbadaj monotoniczność tej funkcji.

92. Rozwiąż równanie 2 + 7 + 12 + ... + x = 245

93. A = $(1 ; 3)$, B = $(9 ; 1)$, C = $(x ; 5)$. Wyznacz x tak, aby kąt przy wierzchołku C trójkąta ABC był prosty. Napisz równanie okręgu opisanego na tym trójkącie.

94. Liczby x_1 i x_2 są pierwiastkami równania $4x^2 - 8x + k^2 - 21 = 0$. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(k) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ i zbadaj jej monotoniczność.

95. Dla jakich wartości parametru m proste y = x + m i y = mx – 4 przecinają się w punkcie należącym do symetralnej odcinka o końcach A = (1;1) i B = (-3 ; 5) ?

96. Najdłuższa przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość d i tworzy z krawędzią boczną graniastosłupa kąt α . Oblicz objętość graniastosłupa.

97. Wyznacz zbiór $A \cap B$, jeśli A = $\left\{ (x,y):(x,y) \in R \times R \ i \ y \geq x^2 - 7x + 10 \right\}$

B = $\left\{ (x,y):(x,y) \in R \times R \ i \ y < \left| \ x - 3 \ \right| \right\}$

98. Wyznacz zbiór wartości parametru m, dla których funkcja

$f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - 2x^2 + (m-3)x + 1$ jest rosnąca w zbiorze liczb rzeczywistych.

99. W pierwszej urnie są kartki z liczbami $\log_{\frac{4}{9}} \frac{2}{3}$, $\sin 120^\circ$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 4}$,

W drugiej z liczbami : $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$, $\log 1$, $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x}$. Z urny przypadkowo wybranej losujemy jedną kartkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosujemy kartkę z liczbą dodatnią ?

100. Dla jakich $\alpha \in \langle 0, \Pi \rangle$ równanie $x^2 + 2x\cos\alpha - \cos^2\alpha = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste ?

101. Rozwiąż równanie $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + ... = \frac{1}{2}\sqrt{10 \cdot 3^{x+1} - 9}$

102. W urnie jest n kul, z których 6 jest koloru czarnego. Jakie powinno być n, żeby przy losowaniu 2 kul prawdopodobieństwo wylosowania obu kul czarnych było większe od $\frac{1}{3}$?

103. Rozwiąż nierówność $\left| \ 2x + 4 \ \right| + x < 1$

104. Dla jakich wartości zmiennej $x \in \left\langle \ 0 \ ; 2\Pi \ \right\rangle$ suma

$\cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x + \cdots$ jest mniejsza od $\frac{1}{2}$?

105.Podstawa trójkąta równoramiennego zawiera się w prostej o równaniu x + y + 1 = 0, a jedno z ramion – w prostej o równaniu 2x – y – 4 = 0 . Punkt (1 ; 4) należy do drugiego ramienia trójkąta. Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta.

106.Rzucamy x razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że szóstka wypadnie dokładnie 3 razy, jeśli x jest rozwiązaniem równania $\log_2(x-1) - 1 = \log_2(2x+4) - \log_2(x+2)$?

107.Zbadaj monotoniczność ciągu $a_n = \frac{3 + 6 + 9 + \cdots + 3n}{\frac{1}{2}n^2}$ i oblicz jego granicę.

108.Napisz równanie okręgu o średnicy $\overline{AB}$, gdzie A i B są punktami, w których funkcja $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ przyjmuje wartości ekstremalne.

109.Z grupy składającej się z k kobiet i n mężczyzn wybieramy w sposób losowy 3 – osobową delegację. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że w skład delegacji wejdzie co najmniej jeden mężczyzna, jeżeli k jest rozwiązaniem równania $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-6}$, zaś n jest rozwiązaniem równania $\log_{x-3} 4 = 2$?

110.W trójkącie ABC dane są $|BC| = 5$, $|AC| = 4$, $|\angle ACB| = 60^\circ$. Oblicz $|AB|$, pole trójkąta i długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.

111. Rozwiąż równanie $3^{\sin x \cos x} = \sqrt{3^{\frac{1}{2}}}$

112. Dla jakich x ∈ R wartości funkcji $\log_3(x-2)$, $\log_3 3x$, $\log_3 x^2$ są odpowiednio pierwszym , drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego ?

113.Wyznacz zbiór wartości parametru k, dla których rozwiązanie (x , y) układu równań $\begin{cases} x + ky = k + 2 \\ kx + y = k \end{cases}$ jest parą liczb dodatnich .

114.Napisz równanie stycznej do okręgu $x^2 + y^2 + 8x + 6y = 0$ w jednym z punktów przecięcia tego okręgu z osią OX.

115.Wykres funkcji $f(x) = ax^3 + bx + c$ przecina oś OY w punkcie P = (0 ; 1) . Współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu funkcji w punkcie P jest równy -3 . Dla x = 1 funkcja osiąga ekstremum. Wyznacz współczynniki a, b, c i zbadaj monotoniczność tej funkcji.

116. Oblicz objętość czworościanu foremnego o długości krawędzi a = 5 i objętość kuli opisanej na tym czworościanie.

117. Rozwiąż nierówność $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log_{\sqrt{3}}(\operatorname{ctg} x) - 1} \geq 1$